

Властивості перетворення Лапласа.

Перетворення Лапласа $f(t) \xrightarrow{\leftarrow} F(p) = \int_0^{+\infty} f(t) e^{-pt} dt$

Властивості перетворення Лапласа

Лінійність

$$Af_1(t) + Bf_2(t) \xrightarrow{\leftarrow} AF_1(p) + BF_2(p)$$

Теорема подібності

$$f(\lambda t) \xrightarrow{\leftarrow} \frac{1}{\lambda} F\left(\frac{p}{\lambda}\right)$$

Теорема зміщення

$$f(t)e^{\alpha t} \xrightarrow{\leftarrow} F(p - \alpha)$$

$$f(t - \tau) \xrightarrow{\leftarrow} F(p)e^{-p\tau}$$

Теорема диференціювання

$$f'(t) \xrightarrow{\leftarrow} pF(p) - f(0)$$

$$f^{(n)}(t) \xrightarrow{\leftarrow} p^n F(p) - p^{n-1} f(0) - p^{n-2} f'(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$$

$$-tf(t) \xrightarrow{\leftarrow} F'(p)$$

$$(-1)^n t^n f(t) \xrightarrow{\leftarrow} F^{(n)}(p)$$

Теорема інтегрування

$$\int_0^t f(u) du \xrightarrow{\leftarrow} \frac{F(p)}{p}$$

$$\frac{f(t)}{t} \xrightarrow{\leftarrow} \int_p^{+\infty} F(z) dz$$

Теорема множення

$$(f_1 * f_2)(t) = \int_0^t f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau \xrightarrow{\leftarrow} F_1(p)F_2(p)$$

$$f_1(t)f_2(t) \xrightarrow{\leftarrow} (F_1 * F_2)(p) = \int_0^p F_1(z) F_2(p - z) dz$$

Теорема Дюамеля

$$pF_1(p)F_2(p) \xrightarrow{\leftarrow} (f_1' * f_2)(t) + f_1(0)f_2(t)$$

$$pF_1(p)F_2(p) \xrightarrow{\leftarrow} (f_2' * f_1)(t) + f_2(0)f_1(t)$$

Граничні співвідношення

$$\lim_{\operatorname{Re} p \rightarrow \infty} F(p) = 0$$

$$\lim_{\operatorname{Re} p \rightarrow \infty} pF(p) = f(0+) = \lim_{t \rightarrow 0+0} f(t)$$

$$\lim_{p \rightarrow 0} pF(p) = f(+\infty) = \lim_{t \rightarrow +\infty} f(t)$$

Зображення періодичної функції $f(t)$ з періодом T

$$F(p) = \frac{1}{1 - e^{-pT}} \int_0^T f(t) e^{-pt} dt$$