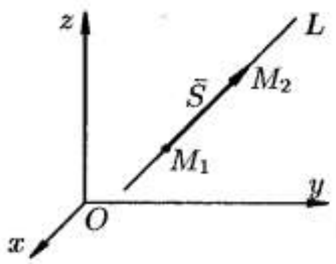
Пряма у просторі. Взаємне розміщення.

Нехай дано точку $M_0(x_0, y_0, z_0)$ на прямій і вектор $\bar{s} = \{l, m, n\}$, що паралельний даній прямій.

Канонічні рівняння прямої: $\dfrac{x-x_0}{l} = \dfrac{y-y_0}{m} = \dfrac{z-z_0}{n}$.

Параметричні рівняння прямої: $\begin{cases} x = x_0 + lt \\ y = y_0 + mt, \\ z = z_0 + nt \end{cases}$

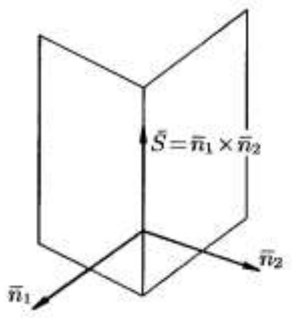
Рівняння прямої, що проходить через дві точки $M_1(x_1, y_1, z_1)$ і $M_2(x_2, y_2, z_2)$:



$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1}$$

Загальне рівняння прямої (пряма, як лінія перетину двох непаралельних площин):

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0. \end{cases}$$



Напрямний вектор $\bar{s}$ цієї прямої ортогональний до кожної з нормалей

$$\bar{n}_1 = \{A_1, B_1, C_1\}, \quad \bar{n}_2 = \{A_2, B_2, C_2\}$$

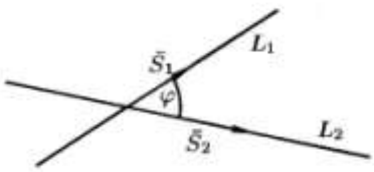
і $\boxed{\bar{s} = \bar{n}_1 \times \bar{n}_2.}$

Взаємне розміщення двох прямих

Нехай дано дві прямі, що визначаються рівняннями

$$\frac{x-x_1}{l_1} = \frac{y-y_1}{m_1} = \frac{z-z_1}{n_1}, \quad \frac{x-x_2}{l_2} = \frac{y-y_2}{m_2} = \frac{z-z_2}{n_2}.$$

Під **кутом між двома прямими** L_1 і L_2 розуміють кут між відповідними напрямними векторами $\bar{s}_1$ та $\bar{s}_2$.



$$\cos\varphi = \frac{\bar{s}_1 \cdot \bar{s}_2}{|\bar{s}_1||\bar{s}_2|}, \quad \text{або} \quad \cos\varphi = \frac{l_1l_2 + m_1m_2 + n_1n_2}{\sqrt{l_1^2 + m_1^2 + n_1^2}\sqrt{l_2^2 + m_2^2 + n_2^2}}.$$

Умова перпендикулярності двох прямих має наступний вигляд: $l_1l_2 + m_1m_2 + n_1n_2 = 0$

. **Умова паралельності двох прямих** матиме наступний вигляд: $\dfrac{l_1}{l_2} = \dfrac{m_1}{m_2} = \dfrac{n_1}{n_2}$