Векторний добуток векторів. Властивості та застосування.

Векторним добутком двох векторів $\overline{a}$ і $\overline{b}$ називається вектор $\overline{c}$, який:

1) $\overline{c} \perp \overline{a}$, $\overline{c} \perp \overline{b}$;

2) $\left|\overline{c}\right| = \left|\overline{a}\right| \cdot \left|\overline{b}\right| \cdot \sin\varphi$, де $\varphi = \left(\overline{a}, \overline{b}\right)$;

3) $\overline{a}$, $\overline{b}$, $\overline{c}$ - права трійка.

Нехай вектори задано координатами: $\overline{a} = (x_1, y_1, z_1)$, $\overline{b} = (x_2, y_2, z_2)$.

Векторний добуток через координати векторів знаходиться за формулою:

$$\overline{a} \times \overline{b} = \begin{vmatrix} \overline{i} & \overline{j} & \overline{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}.$$

Властивості векторного добутку

$\overline{a} \times \overline{b} = -\left(\overline{b} \times \overline{a}\right)$;

$\lambda\left(\overline{a} \times \overline{b}\right) = \left(\lambda\overline{a}\right) \times \overline{b} = \overline{a} \times \left(\lambda\overline{b}\right)$; де λ - число

$\overline{a} \,||\, \overline{b} \Leftrightarrow \overline{a} \times \overline{b} = 0$;

$\left(\overline{a} + \overline{b}\right) \times \overline{c} = \overline{a} \times \overline{c} + \overline{b} \times \overline{c}$

Деяке застосування векторного добутку

Колінеарність векторів: $\overline{a} \,||\, \overline{b} \Leftrightarrow \overline{a} \times \overline{b} = 0$, тобто

$$\overline{a} \times \overline{b} = \begin{vmatrix} \overline{i} & \overline{j} & \overline{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = \overline{0} \Leftrightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} \Leftrightarrow \overline{a} \,||\, \overline{b}.$$

Знаходження площі паралелограма, трикутника:

$$S_{пар} = \left|\overline{a} \times \overline{b}\right| \quad , \quad S_{\Delta} = \frac{1}{2}\left|\overline{a} \times \overline{b}\right|.$$