

## Площина

Загальне рівняння площини  $\alpha$ :

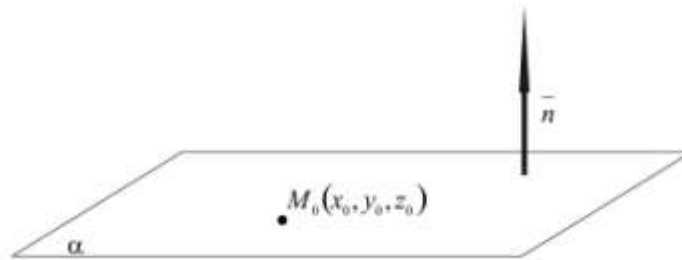
$$Ax + By + Cz + D = 0, \quad \text{де } \vec{n}(A, B, C) - \text{вектор нормалі, } \vec{n} \perp \alpha.$$



Рівняння площини можна знайти якщо відомо:

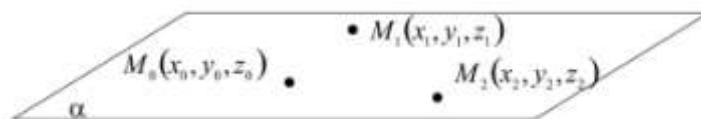
- 1) вектор нормалі  $\vec{n}(A, B, C)$  та точка  $M_0(x_0, y_0, z_0)$ , яка лежить на площині за формулою:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0;$$



- 2) координати трьох точок  $M_0(x_0, y_0, z_0)$ ,  $M_1(x_1, y_1, z_1)$ ,  $M_2(x_2, y_2, z_2)$  за формулою:

$$\alpha: \begin{vmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ x_1 - x_0 & y_1 - y_0 & z_1 - z_0 \\ x_2 - x_0 & y_2 - y_0 & z_2 - z_0 \end{vmatrix} = 0;$$



Рівнянням площини у відрізках на осях має вигляд:  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

Площина, що визначається рівнянням, перетинає осі координат у точках  $x = a$ ,  $y = b$ ,  $z = c$ .

**Інтерпретація загального рівняння площини**

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

у разі, якщо один або кілька його коефіцієнтів перетворюються на нуль.

1.  $A = 0$  — площина паралельна осі  $x$ .
2.  $B = 0$  — площина паралельна осі  $y$ .
3.  $C = 0$  — площина паралельна осі  $z$ .
4.  $D = 0$  — площина проходить через початок координат.
5.  $A = 0, B = 0$  — площина перпендикулярна до осі  $z$ .
6.  $A = 0, C = 0$  — площина перпендикулярна до осі  $y$ .
7.  $B = 0, C = 0$  — площина перпендикулярна до осі  $x$ .
8.  $A = 0, D = 0$  — площина проходить через вісь  $x$ .
9.  $B = 0, D = 0$  — площина проходить через вісь  $y$ .
10.  $C = 0, D = 0$  — площина проходить через вісь  $z$ .
11.  $A = 0, B = 0, D = 0$  — площина проходить через осі  $x, y$ .
12.  $A = 0, C = 0, D = 0$  — площина проходить через осі  $x, z$ .
13.  $B = 0, C = 0, D = 0$  — площина проходить через осі  $y, z$ .

**Кут між двома площинами**

Нехай  $\alpha: A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, \overline{n_1}(A_1, B_1, C_1);$   
 $\beta: A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0, \overline{n_2}(A_2, B_2, C_2).$

Кут між двома площинами  $\alpha$  і  $\beta$  дорівнює куту між відповідними векторами нормалі  $\overline{n_1}$  і  $\overline{n_2}$ :

$$\cos(\overline{n_1}, \overline{n_2}) = \frac{\overline{n_1} \cdot \overline{n_2}}{|\overline{n_1}| \cdot |\overline{n_2}|}.$$

Умова паралельності двох площин  $\alpha$  і  $\beta$ :

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}.$$

Умова перпендикулярності двох площин  $\alpha$  і  $\beta$ :

$$A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0.$$

**Відстань від точки  $M_1(x_1, y_1, z_1)$  до площини  $Ax + By + Cz + D = 0$ :**

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$